

Szigorlati főtárgy

Sztochasztikus modellek

Tematika

A valószínűségelmélet alapjai. Valószínűségi mező, Caratheodory-féle kiterjesztési tétel. Valószínűségi változók, eloszlásfüggvények, Lebesgue-Stieltjes-mérték, függetlenség, Fubini-tétel. Kolmogorov-féle alaptétel.

A valószínűségelmélet határérték tételei. A nagy számok gyenge és erős törvényei. Karakterisztikus függvények, központi határeloszlás-tételek. Valószínűségi mértékek konvergenciája függvényterekben, a C és a D tér.

A normális eloszlás statisztikai szerepe. Az egy- és a többdimenziós normális eloszlás definíciója és tulajdonságai. A normálisból származó egyéb eloszlások. Feltételes eloszlás a normális esetben. Gauss-féle sztochasztikus folyamat (Gauss-rendszer). Legjobb lineáris predikció Gauss-rendszerben.

Az adatbányászat statisztikai alapjai. Adatok előfeldolgozása, adatfeltárás, leíró statisztikák, vizualizáció. Osztályozási módszerek alkalmazásai az adatbányászatban.

Statisztikai becslések. Pontbecslések tulajdonságai: torzítatlan, konzisztens, hatásos becslések. Becslési módszerek, a maximum-likelihood-becslés. A Rao-Cramér-féle egyenlőtlenség. Elégséges statisztikák, Fisher-Neyman-féle faktorizációs tétel, a Rao-Blackwell-tétel. Az exponenciális eloszláscsalád. Konfidencia intervallumok. Nemparaméteres becslések.

Statisztikai próbák. Nullhipotézis, ellenhipotézis, kritikus tartomány, erőfüggvény. Véletlenített próbák, a Neyman-Pearson-lemma. Paraméteres próbák. Nem-paraméteres próbák, Kolmogorov-Szmirnov-féle próbák. Normalitásvizsgálat.

Szórásanalízis és regresszióanalízis. Lineáris regresszió. Fisher-Cochran-tétel, a szórásanalízis modelljei. Lineáris modell. Legkisebb négyzetes és maximum-likelihood becslés a lineáris modellben, a Gauss-Markov-tétel. Hipotézis vizsgálat a lineáris modellben. A szórásanalízis és a regresszióanalízis feladatainak kapcsolata a lineáris modellel.

Osztályozási módszerek. Bayes-döntés, logisztikus regresszió, diszkriminancia analízis, legközelebbi társ módszer, klaszteranalízis, neurális hálók. Példák.

Dimenziócsökkentési eljárások. Főkomponens analízis, kanonikus korreláció analízis, faktoranalízis. Példák.

Neurális hálózatok. A többrétegű perceptron, error back-propagation, optimalizálási módszerek. Radial basis function network, büntető függvények. Tartó vektor gépek, Kuhn-Tucker-tétel. Függvényillesztés és osztályozás neurális hálókkal.

Diszkrét idejű martingálok és Markov láncok. Martingál, szubmartingál,

szupermartingál definíciója, példák, alaptulajdonságok, szubmartingálok Doob-felbontása, megállási idők, opcionális megállási tétel, Wald-azonosság, Doob-féle maximálegyenlőtlenség, Doob felmetszési lemmája, szubmartingál- és martingál konvergencia tételek. Diszkrét idejű Markov-lánc definíciói, állapotok osztályozása, periódusa, típusa, diszkrét felújítási egyenlet, Pólya tétele szimmetrikus véletlen bolyongásról, stacionárius eloszlás és mérték, Perron tétele, ergodikus tételek.

Sztocasztikus kalkulus. Folytonos idejű martingálok (Doob-féle maximál egyenlőtlenség, (szub)martingál konvergencia tétel, kvadratikusan variáció). Wiener-folyamat (definíció, létezés, tulajdonságok, martingál karakterizáció), Markov-folyamatok. Sztocasztikus integrálok (definíció, tulajdonságok, Itô-formula). Folytonos martingálok reprezentációi (Dambis-Dubins-Schwarz-lemma), Girsanov-tétel. Sztocasztikus differenciálegyenletek (erős és gyenge megoldás létezése, megoldás egyértelműségének kérdése). Lineáris sztochasztikus differenciálegyenletek (speciálisan a Wiener-híd és az Ornstein-Uhlenbeck-folyamat).

Idősorok analízise. ARMA, ARIMA modellek, lag operátor, stacionaritás, autokovariancia, autokorreláció, előrejelzés, Box-Jenkins módszertan, determinisztikus trend. A VAR (vektor-autoregresszió) modellek és a kointegráció alapjai.

Térbeli sztochasztikus folyamatok analízise. Stacionárius folyamatok, térbeli autoregresszív modellek, krigeles. Gibbs-mezők és térbeli Markov-mezők.

Hálózatok modellezése, véletlen gráfok. Erdős-Rényi, Barabási-Albert és Watts-Strogatz modellek. Fokszámeloszlás (skalamentesség), kis világ tulajdonság, klaszterezettség.

Irodalom

1. Ash, R. B.: Real analysis and probability. Academic Press, New York, 1972.
2. Ash, R. B., Gardner, M. F.: Topics in stochastic processes. Academic Press, New York, 1975.
3. Athreya, K. B., Lahiri, S. N.: Measure Theory and Probability Theory, Springer, 2006.
4. Bauer, H.: Probability Theory, Walter de Gruyter, Berlin, 1996.
5. Billingsley, P.: Convergence of probability measures. Wiley, New York, 1999.
6. Christensen, R., Linear models for multivariate, time series, and spatial data. Springer, New York, 1991.
7. Chung, K. L.: Markov chains. Springer, New York, 1967.
8. Chow, Y. S., Teicher H.: Probability Theory, 3rd edition, Springer 1978.
9. Csörgő Sándor: Fejezetek a valószínűségelméletből, Polygon, 2010.
10. Durrett, R.: Random Graph Dynamics. Cambridge University Press, 2007.
11. Everitt, B., Hothorn, T.: An Introduction to Applied Multivariate Analysis with R. Springer, 2011.
12. Fazekas István: Valószínűségszámítás, Debreceni Egyetemi Kiadó, Debrecen, 2009.

13. Fazekas I. (szerk.), Bevezetés a matematikai statisztikába. Debreceni Egyetemi Kiadó, Debrecen, 2009.
14. Gaetan, C., Guyon, X.: Spatial Statistics and Modelling. Springer, 2010.
15. Gibbons, J. D.: Nonparametric statistical inference. McGraw-Hill, New York, 1971.
16. Gihman, I. I., Szkorohod, A. V.: Bevezetés a sztochasztikus folyamatok elméletébe. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1975.
17. Giri, N. C., Introduction to probability and statistics. Dekker, New York, 1985.
18. Guttorp, P.: Stochastic Modeling of Scientific Data. Chapman and Hall, London, 1995.
19. Guyon, X.: Random Fields on a Network. Modelling, Statistics, and Applications. Springer, 1995.
20. Hamilton, J. D.: Time Series Analysis, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1994.
21. Haykin, S.: Neural Networks. A Comprehensive Foundation. Prentice Hall, London, 1999.
22. Izenman, A. J.: Modern Multivariate Statistical Techniques Regression, Classification, and Manifold Learning. Springer, 2008.
23. Karatzas, I., Shreve, S. E.: Brownian Motion and Stochastic Calculus, 2nd edition, Springer-Verlag, 1991.
24. Kuo, H-H.: Introduction to Stochastic Integration, Springer, 2006.
25. Lehmann, E. L., Romano, J. P.: Testing statistical hypotheses. Springer, 2005.
26. Maddala, G. S.: Bevezetés az ökonometriába, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2004.
27. Mardia, K. V., Kent, J. T.: Bibby, J. M., Multivariate analysis. Academic Press, London, 1979.
28. Medvegyev, P.: Stochastic Integration Theory, Oxford University Press, 2007.
29. Medvegyev Péter: Valószínűségszámítás 1., 2., Aula, 2002.
30. Mogyoródi J., Michaletzky Gy.: Matematikai statisztika. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1995.
31. Móri F. Tamás, Székely J. Gábor, Többváltozós statisztikai analízis. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1986.
32. Protter, P. E.: Stochastic Integration and Differential Equations, 2nd edition, Springer, 2005.
33. Rényi, A.: Probability Theory, Dover Publications, Inc, 2007.
34. Rényi Alfréd: Valószínűségszámítás. Tankönyvkiadó, Budapest, 1981.
35. Scheffé, H.: The analysis of variance. Wiley, New York, 1999.
36. Schervish, M. J.: Theory of statistics, Springer, New York, 1995.
37. Shirayev, N.: Probability, 2nd edition, Springer-Verlag, 1995.
38. Tan, Pang-Ning; Steinbach, M., Kumar, V.: Adatbányászat. Panem, Budapest, 2012.
39. Timm, N. H.: Applied Multivariate Analysis. Springer, 2002.
40. Tomkó József: Sztochasztikus folyamatok. KLTE, Debrecen, 1977.
41. Tusnády Gábor, Ziermann Margit: Idősorok analízise. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1986.
42. Vincze I.: Matematikai statisztika ipari alkalmazásokkal. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1975.